Cantor's Zirkelschluss

In der Arbeit "Die Individualität der Welt" (http//www.fam.tuwien.ac.at/~wolff/) wird in 4.4 auf Widersprüche in von Cantor eingeführten Mengen mit einer Kardinalzahl $\aleph_n$ mit n > 0 hingewiesen. Im Folgenden wird gezeigt, wie ein derartiger Widerspruch auf einen Zirkelschluss zurückgeführt werden kann.

Ausgangspunkt sei das zweite Diagonalverfahren von Cantor, mit dem dieser die Überabzählbarkeit der Menge der reellen Zahlen zwischen 0 und 1 beweisen will. Er geht dabei von einer beliebigen abzählbaren Anordnung reeller Zahlen r zwischen 0 und 1mit r_k an k^{ter} Stelle aus. Mit Hilfe dieser Anordnung definiert Cantor eine zwischen 0 und 1 liegende "Diagonalzahl r^D" so, dass sich ihre n^{te} Dezimalstelle von der n^{ten} Dezimalstelle der an n^{ter} Stelle der Anordnung stehenden reellen Zahl r_n unterscheidet. Dann gilt offenbar $\forall k$: $r^D \neq r_k$ und damit sei die Unvollständigkeit der Anordnung der r_k bewiesen.

Nun beruht aber das Diagonalverfahren von Cantor darauf, **zuerst** die reellen Zahlen r_k **vollständig** anzuordnen und erst **anschließend** die Diagonalzahl r^D zu bilden. Der Beweis geht also davon aus, dass die vollständige unendliche Anordnung r_k bereits **aktual** vorliegt, während die in der zitierten Arbeit verwendete "Individualanordnung" nur **potentiell** unendlich ist **und in keinem Zeitpunkt aktual fertig angegeben werden kann.**

Die erst zu beweisende Existenz einer aktual unendlichen Menge reeller Zahlen zwischen 0 und 1 wird also für den benötigten Beweis bereits vorausgesetzt und dies ist der eingangs erwähnte Zirkelschluss.